

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

HÀ HOÀNG VIỆT

PHƯƠNG PHÁP LẬP GIẢI BÀI TOÁN BIÊN
CHO PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN
PHI TUYẾN CẤP 4

THÁI NGUYÊN, 10/2018

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

HÀ HOÀNG VIỆT

PHƯƠNG PHÁP LẬP GIẢI BÀI TOÁN BIÊN
CHO PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN
PHI TUYẾN CẤP 4

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 846 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

GIÁO VIÊN HƯỚNG DẪN
TS. VŨ VINH QUANG

THÁI NGUYÊN, 10/2018

Mục lục

Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt	3
Danh mục các bảng	4
Danh mục các hình vẽ, đồ thị	5
Lời nói đầu	6
Chương 1 Một số kiến thức cơ bản	9
1.1. Một số kiến thức cơ bản về phương pháp lưới	9
1.1.1. Lưới sai phân	9
1.1.2. Hàm lưới	9
1.1.3. Đạo hàm lưới	10
1.1.4. Quy ước viết vô cùng bé	10
1.1.5. Công thức Taylor	10
1.1.6. Liên hệ giữa đạo hàm và hàm lưới	11
1.2. Phương pháp số giải bài toán Cauchy	12
1.2.1. Phương pháp Euler 1	13
1.2.2. Phương pháp Euler 2	13
1.2.3. Thuật toán RK4	14
1.3. Phương pháp số giải bài toán biên cho phương trình vi phân tuyến tính cấp 2 với độ chính xác cấp cao	15
1.3.1. Thuật toán truy đuổi 3 đường chéo	15
1.3.2. Phương pháp xấp xỉ đạo hàm với độ chính xác bậc cao	17
1.3.3. Lược đồ sai phân giải bài toán biên cho phương trình cấp hai với độ chính xác bậc cao	21
Chương 2 Phương pháp lặp giải bài toán biên cho phương trình vi phân phi tuyến cấp bốn	26
2.1. Mô hình bài toán phi tuyến tổng quát	26
2.2. Mô hình bài toán phi tuyến cấp 4 với hệ điều kiện biên thuần nhất	27

2.2.1. Sự tồn tại duy nhất nghiệm	27
2.2.2. Phương pháp lập xây dựng dãy lặp đơn điệu	31
2.3. Mô hình bài toán phi tuyến cấp 4 với hệ điều kiện đầu thuần nhất	33
2.3.1. Mô hình bài toán	33
2.3.2. Sự tồn tại và duy nhất của nghiệm	33
Chương 3 Một số kết quả thực nghiệm	41
3.1. Mô hình bài toán cấp 4 phi tuyến với giá trị biên . .	41
3.2. Mô hình bài toán cấp 4 phi tuyến với giá trị ban đầu	47
Kết luận	54
Tài liệu tham khảo	55
Phân phụ lục	57

Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt

N	Lưới sai phân
Ω_k	Không gian lưới
$\rho(h)$	Vô cùng bé so với h
h^α	Vô cùng bé bậc α
Δx	Số gia hàm
$RK4$	Phương pháp Runge-Kutta
A	Ma trận A_{ij} cấp $n \times n$
$P_n(x)$	Đa thức bậc n
$L_k(x)$	Nhân tử Lagrange bậc k
$\ v\ $	Chuẩn trong không gian \mathbb{R}^n
$G(x, t)$	Hàm Green
$B[O, M]$	Hình cầu tâm O , bán kính M
R_+	Nửa dương của đường thẳng thực

Danh mục các bảng

Bảng 1.1: Sai số ε trên lưới điểm $c_0 = 1; c_1 = 2; d_0 = 2; d_1 = 3$

Bảng 1.2: Sai số ε trên lưới điểm $c_0 = 1; c_1 = 0; d_0 = 1; d_1 = 0$

Bảng 3.1: Giá trị sai số ε , số điểm lưới $N = 100$ (Bài toán 3.1)

Bảng 3.2: Giá trị sai số ε , số điểm lưới $N = 100$ (Bài toán 3.2)

Bảng 3.3: Giá trị sai số ε , số điểm lưới $N = 100$ (Bài toán 3.3)

Bảng 3.4: Giá trị sai số ε , số điểm lưới $N = 100$ (Bài toán 3.4)

Bảng 3.5: Giá trị sai số ε , số điểm lưới $N = 100$ (Bài toán 3.5)

Bảng 3.6: Giá trị sai số ε , số điểm lưới $N = 100$ (Bài toán 3.6)

Bảng 3.7: Giá trị sai số ε , số điểm lưới $N = 100$ (Bài toán 3.7)

Bảng 3.8: Giá trị sai số ε , số điểm lưới $N = 100$ (Bài toán 3.8)

Danh mục các hình vẽ, đồ thị

Hình 3.1: Đồ thị nghiệm dương (Bài toán 3.1)

Hình 3.2: Đồ thị nghiệm dương (Bài toán 3.2)

Hình 3.3: Đồ thị nghiệm dương (Bài toán 3.3)

Hình 3.4: Đồ thị nghiệm dương (Bài toán 3.4)

Hình 3.5: Đồ thị nghiệm dương (Bài toán 3.5)

Hình 3.6: Đồ thị nghiệm dương (Bài toán 3.6)

Hình 3.7: Đồ thị nghiệm dương (Bài toán 3.7)

Hình 3.8: Đồ thị nghiệm dương (Bài toán 3.8)

Lời nói đầu

Bài toán cơ học mô tả bởi phương trình vi phân phi tuyến tính với hệ điều kiện biên đầy đủ là một bài toán khó, được các tác giả trên thế giới cũng như trong nước quan tâm. Đã có rất nhiều tài liệu đề cập tới việc chứng minh sự tồn tại và duy nhất nghiệm của bài toán, tuy nhiên việc xác định nghiệm đúng của bài toán bằng phương pháp giải tích là khó thực hiện, vì vậy người ta chú ý đến việc nghiên cứu các phương pháp xác định nghiệm xấp xỉ của bài toán bằng phương pháp chuyển bài toán phi tuyến về một dãy các bài toán tuyến tính thông qua một sơ đồ lặp, từ đó dựa trên phương pháp chuyển các bài toán vi phân tuyến tính về các bài toán sai phân được mô tả bằng các hệ phương trình đại số sau đó xây dựng các phương pháp giải các hệ đại số tuyến tính. Có hai vấn đề cần quan tâm là cơ sở toán học của việc xây dựng các sơ đồ lặp cùng với sự hội tụ của sơ đồ và các thuật toán giải các hệ phương trình sai phân với độ chính xác cao.

Mục tiêu của luận văn là tìm hiểu cơ sở toán học của việc xây dựng các sơ đồ lặp dựa trên dãy lặp đơn điệu và phương pháp dựa trên phương trình toán tử, tìm hiểu các thuật toán xây dựng và giải các hệ phương trình lưới từ đó cài đặt các chương trình tìm nghiệm xấp xỉ của bài toán phi tuyến tính cấp 4 được mô tả bằng các sơ đồ lặp thông qua các ví dụ cụ thể.

Luận văn “*Phương pháp lặp giải bài toán biên cho phương trình vi phân phi tuyến cấp 4*” gồm phần mở đầu, ba chương nội dung, kết luận và tài liệu tham khảo.

Chương 1: Một số kiến thức cơ bản

Trong chương này luận văn trình bày một số kiến thức cơ bản về phương pháp lưới, thuật toán truy đuổi giải hệ phương trình lưới và phương pháp

số giải bài toán biên cho phương trình vi phân tuyến tính cấp 2 với độ chính xác cấp cao.

Chương 2: Phương pháp lặp giải bài toán biên cho phương trình vi phân phi tuyến cấp bốn

Chương này, luận văn sẽ giới thiệu một số phương pháp lặp để tìm nghiệm gần đúng cho một số mô hình mô tả bởi phương trình vi phân phi tuyến bậc 4 bao gồm lý thuyết về phương pháp nghiệm trên và nghiệm dưới, phương pháp lặp dựa trên phương trình toán tử áp dụng cho trường hợp tổng quát.

Chương 3: Một số kết quả thực nghiệm

Trong chương này luận văn đưa ra một số kết quả số để khẳng định tính đúng đắn về lý thuyết đối với sự hội tụ của các sơ đồ lặp đã được đưa ra trong Chương 2. Mô hình các bài toán được tham khảo trong các tài liệu [5, 6]. Các kết quả số được thực hiện bằng các chương trình trong môi trường MATLAB trên máy tính PC.

Mặc dù đã rất nghiêm túc và cố gắng thực hiện luận văn này, nhưng luận văn sẽ không tránh khỏi những khiếm khuyết nhất định. Kính mong sự góp ý của các thầy cô để luận văn này được hoàn chỉnh và ý nghĩa hơn.

Luận văn này được thực hiện tại Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên và hoàn thành dưới sự hướng dẫn của TS. Vũ Vinh Quang. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới người hướng dẫn khoa học của mình, người đã đặt vấn đề nghiên cứu, dành nhiều thời gian hướng dẫn tận tình và đầy trách nhiệm để tác giả hoàn thành luận văn này.

Tác giả đã học tập được rất nhiều kiến thức chuyên ngành bổ ích cho công tác và nghiên cứu của bản thân. Tác giả cũng xin được gửi lời cảm ơn sâu sắc tới các Thầy giáo, Cô giáo đã tham gia giảng dạy lớp Cao học Toán K10A; Nhà trường và các phòng chức năng của trường, Khoa Toán - Tin, trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập tại trường.

Cuối cùng tác giả xin cảm ơn gia đình và các bạn đồng nghiệp đã

động viên, ủng hộ cũng như tạo mọi điều kiện cho tác giả trong suốt thời gian nghiên cứu và học tập.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2018

Tác giả

Hà Hoàng Việt